



## ЛЕКЦІЯ № 1.

### ТЕМА: ВСТУП

#### План:

- 1. Предмет математики. Мета і задачі курсу.**
- 2. Коротка історична довідка про розвиток математики та її місце в системі наук.**
- 3. Поняття про математичне моделювання.**

#### 1. Предмет математики. Мета і задачі курсу.

Характерною ознакою сучасного науково-технічного прогресу є інтенсивне застосування математичних методів у різноманітних галузях теоретичного знання і практичної діяльності людини. Математизація науки і виробництва висуває до спеціалістів кожної із сфер застосування математики нові вимоги, зокрема вони мають вільно оперувати поняттями і методами представленими в будь-якій математичній формі.

Чим пояснити таке широке проникнення математики в наше життя? У першу чергу більшість напрямів наукової та технічної діяльності людини досягли порівняно високого рівня розвитку і на даному етапі вичерпали можливості описового методу дослідження. У зв'язку з цим подальший успіх можливий лише на базі використання точних кількісних методів дослідження, тобто застосування математичного апарата. По-друге, розвиток самої математики дав можливість створити потужні електронно-обчислювальні машини, які здатні виконувати великі об'єми громіздких обчислень.

В зв'язку із зростаючою роллю математики в сучасному житті майбутні економісти, інженери, землевпорядники, наукові робітники потребують

серйозної математичної підготовки. Вони повинні не лише знати основи математики, але і добре володіти всіма новими математичними методами дослідження, які можуть застосовуватися в області їх діяльності. Сьогодні математика потрібна всім. Вона наймогутніша з усіх наук, джерело всіх наших познань.

Вивчення математики розвиває логічне мислення, привчає людину до точності, до вміння виділяти головне, повідомляє необхідні відомості для розуміння найскладніших задач, які виникають в різних областях діяльності сучасної людини.

Математика – одна з найдавніших наук, що зародилась на світанку цивілізації. Вона постійно збагачувалася, час від часу істотно оновлювалася і все більше утверджувалась як засіб пізнання закономірностей навколишнього світу. Розширюючи і зміцнюючи свої багатогранні зв'язки з практикою, математика допомагає людству відкривати і використовувати закони природи і є у наш час могутнім рушієм розвитку науки і техніки.

Саме нашому часу видаються особливо співзвучними пророчі слова великого Леонардо да Вінчі про те, що ніякі людські дослідження не можна назвати справжньою наукою, якщо вони не пройшли через математичні доведення.

Що ж таке математика? Відповісти на це запитання далеко не просто, і залежно від рівня знань відповіді будуть дуже різними. Випускник середньої школи словом «математика» користується як збірним терміном для позначення арифметики, алгебри та початків аналізу і геометрії. Студент вузу дізнається, що існують й інші розділи математики, наприклад аналітична геометрія, лінійна і векторна алгебра, інтегральне і диференціальне числення, диференціальні рівняння тощо. Для спеціаліста-математика число таких розділів сягає кількох десятків. Причому ця кількість з часом зростає, тому що розвиток сучасної математики супроводжується виникненням нових розділів. В останній третині ХХ-го ст. у математиці сформувалося вже понад 250 напрямів.

Загальноприйнятого означення предмета математики немає. У минулому математику вважали наукою про вимірні величини або числа. Пізніше виникло означення математики як науки про нескінченні величини. У сучасний період під математикою розуміють науку про математичні структури. Таку точку зору започаткувала група французьких математиків, яка відома під колективним псевдонімом Н. Бурбакі.

Слід зазначити, що математичні структури – не довільні творіння розуму, а відбиття об'єктивного світу, нехай нерідко навіть у дуже абстрактному вигляді. Математика вивчає поняття, одержані шляхом абстракції від явищ реального світу, а також абстракції від попередніх абстракцій. Абстрактність у математиці не відриває пізнання від дійсного світу, а дає змогу пізнати його глибше і повніше. Абстракції виникають з реальної дійсності і тому з нею тісно пов'язані. По суті, саме це зумовлює придатність математичних результатів до описування різноманітних навколишніх явищ, успіх того процесу, який ми сьогодні спостерігаємо і який одержав назву математизації знань. Математичний результат має ту властивість, що він застосовний не тільки при вивченні якогось одного явища чи процесу, а може використовуватись і в багатьох інших, які суттєво відрізняються своєю фізичною природою. Наприклад, одне й те саме диференціальне рівняння  $y'=ky$  описує характер радіоактивного розпаду, швидкість розмноження бактерій, зміну атмосферного тиску, процес опріснення розчину, зміну температури речовини, хід хімічної реакції тощо.

У середній школі ви познайомилися з основами теорії рівнянь і їх систем, векторного, диференціального й інтегрального числення та їх застосуванням під час розв'язування практичних задач.

Мета вивчення математики у вищих навчальних закладах полягає в тому, щоб поглибити знання з вивчених розділів і ознайомити з деякими новими розділами математики (аналітична геометрія, теорія диференціальних рівнянь, функції багатьох змінних тощо), що збагачують загальну культуру, розвивають логічне мислення і широко використовуються в математичному

моделюванні задач, з якими зустрічається сучасний спеціаліст у своїй діяльності.

Мета дисципліни – навчити майбутніх спеціалістів володіти основами сучасного математичного апарату, необхідного для аналізу і розв’язання прикладних задач економічного характеру, логічному і алгоритмічному мисленню, сприяти формуванню у студентів наукового світогляду.

## **2. Коротка історична довідка про розвиток математики та її місце в системі наук.**

Історію розвитку математики можна умовно поділити на чотири періоди.

*Перший період* розвитку математики – період зародження математики як самостійної дисципліни – почався в глибині тисячолітньої історії людства і тривав приблизно до 6-5 ст. до н.е. У цей період формувались поняття цілого числа і раціонального дробу, відстані, площі, об’єму, створювались правила дій з числами та найпростіші правила обчислення площ фігур і об’ємів тіл. Так накопичувався матеріал, на базі якого зародились арифметика та алгебра. Вимірювання площ та об’ємів сприяло розвитку геометрії, а в зв’язку з запитамі астрономії виникли початки тригонометрії. Однак у цей період математика не мала ще форми дедуктивної науки, вона являла собою збірку правил для розв’язування окремих практичних задач.

*Другий період* – період елементарної математики – тривав від 6-5 ст. до н.е. до середини 17 ст. У цей період математика стає самостійною наукою з своєрідним, чітко вираженим методом і системою основних понять. В Індії було створено десяткову систему числення, в Китаї знайдено метод розв’язування лінійних рівнянь, а запропонований стародавніми греками спосіб викладу елементарної геометрії на базі системи аксіом став зразком дедуктивної побудови математичної теорії на багато століть. У 15-16 ст. замість громіздкого словесного описання арифметичних дій та алгебраїчних

виразів почали застосовувати знаки додавання, віднімання, знаки степенів, коренів, дужки, букви для позначення заданих та невідомих величин тощо.

Велике значення в розвитку елементарної математики відіграли праці грецьких вчених Фалеса, Піфагора, Евкліда, Архімеда, індійського математика і астронома Аріабхатти, китайського математика Чжан Цана, італійських математиків Кардано і Феррарі, французького математика Вієта та багатьох інших вчених.

*Третій період* – період створення математики змінних величин (середина 17–початок 20 ст.) Природознавство і техніка дістали новий метод вивчення руху і зміни стану речовин – диференціальне і інтегральне числення. Створився ряд нових математичних наук – теорія диференціальних рівнянь, теорія функцій, диференціальна геометрія та інші. Бурхливий розвиток математики в той період пов'язаний з іменами французьких вчених Р.Декарта, П.Ферма, Ж.Лагранжа, англійських математиків Дж.Валліса, І.Ньютона, німецьких математиків В. Лейбніца, К. Якобі, К. Вейерштрасса та багатьох інших учених.

Значну роль у розвитку математики змінних величин відіграли праці М.В.Остроградського, П.Л.Чебишева та інших російських та українських вчених.

На Україні в цей період відкрито університети в Харкові (1805), Києві (1834) та Одесі (1865), в які були математичні відділення чи факультети.

*Четвертий період* – період сучасної математики – характеризується надзвичайно широким застосуванням математики до задач, що їх висуває природознавство і техніка. На базі їхніх запитів виникає і бурхливо розвивається ряд нових математичних дисциплін і напрямів: функціональний аналіз, теорія множин, теорія ймовірностей, теорія ігор та інші. У розвитку математики цього періоду значну роль відіграли роботи німецьких математиків Д.Гільберта і Г.Кантора, французького математика А.Лебега, українських та російських математиків П.С.Александрова, М.М. Боголюбова,

А.М.Колмогорова, В.М.Глушкова, М.П.Кравчука, Ю.О.Митропольського та багатьох інших.

Створення всередині ХХ-го століття електронних обчислювальних машин (ЕОМ) значно розширило можливості математики. Завдяки комп'ютерам математичні методи застосовуються нині не тільки в таких традиційних науках, як механіка, фізика, астрономія, а й в хімії, біології, психології, соціології, економіці та ін.

### 3. Поняття про математичне моделювання.

При вивченні кількісних характеристик складних об'єктів, процесів, явищ використовують метод математичного моделювання, який полягає в тому, що закономірності, які розглядаються, формулюються на математичній мові і досліджуються за допомогою відповідних математичних засобів. Математична модель об'єкта, який вивчається, записується за допомогою математичних символів і складається із сукупності рівнянь, нерівностей, формул, алгоритмів, програм для ЕОМ, до складу яких входять змінні і постійні величини, різні операції, функції та інші математичні поняття.

Прикладами складання найпростіших математичних моделей служать добре відомі з курсу математики середньої школи прийоми розв'язування задач за допомогою рівнянь і системи рівнянь - отримані рівняння чи система рівнянь є математичною моделлю даної задачі.

Розв'язування будь-якої задачі прикладного характеру починається з побудови відповідної математичної моделі.

*Наприклад.* Уявіть, що треба обчислити площу земельної ділянки.

Спочатку треба з'ясувати, яку форму має дана земельна ділянка. Якщо вона має форму прямокутника, то ми вимірюємо довжину й ширину і перемножуємо ці числа.

Реально це означає: земельна ділянка замінюється абстрактною математичною моделлю – прямокутником, а площа прямокутника, як відомо, обчислюється за формулою  $S = a \cdot b$ .

Модель “прямокутник” ми вибрали на основі зорового сприйняття. Але око не відрізняється чіткістю. Тому при більш серйозному підході до задачі потрібно вибрану модель перевірити. І, можливо, замінити вибрану модель “прямокутник” моделлю “довільний чотирикутник” або якоюсь іншою.

Вибір тієї чи іншої моделі визначається потребою точності. Чим вищою повинна бути точність, тим складніша модель.

Слід зауважити, що математична модель ніколи не буває тотожною вивчаємому об’єкту, не передає всіх його властивостей. Вона лише наближено описує об’єкт. Тому результати отримані при аналізі моделі носять наближений характер.

Питання про точність, достовірність результатів – одне з самих тонких питань прикладної математики.

Процес побудови математичної моделі при розв’язуванні практичних задач, в тому числі задач з економіки, така:

- формулюється постановка задачі, що описує реальну чи гіпотетичну ситуацію з урахуванням початкових даних і зв’язків між ними;

- на основі аналізу проблеми створюється математична модель, згідно з якою економічні величини пов’язуються між собою рівняннями, нерівностями, функціями;

- за допомогою математики проводиться аналіз моделі, внаслідок чого одержується розв’язок;

- якщо з деяких причин цей розв’язок не може бути застосований на практиці, то процес побудови математичної моделі доцільно повторити. Для цього постановку задачі й одержаний розв’язок піддають системному аналізу. Досліджують, чи враховано всі початкові дані, порядок їх групування, взаємозв’язки величин, їх послідовність тощо. Після такого аналізу за необхідності змінюють модель.

Розрахунки в економіці ґрунтуються на певних математичних моделях.

Тому майбутні економісти повинні:

- 1) володіти мовою математичних понять, уміти здійснювати математичні дії над числами, символами, множинами, операторами, функціями;
- 2) вміти оперувати рівняннями, нерівностями, функціями тощо;
- 3) володіти основними розрахунковими математичними інструментами (логічними поняттями, поняттями комбінаторики, лінійною алгеброю, статистикою та ін.);
- 4) вміти ставити проблеми, розв'язувати їх, робити аналіз одержаних результатів.



### **Питання для опитування:**

- Чим пояснити таке широке проникнення математики в наше життя?
- Що таке предмет математики?
- Яка мета вивчення дисципліни «Вища математика» для студентів-менеджерів?
  - Які періоди розвитку математики ви знаєте? Охарактеризуйте їх.
  - Що таке математична модель об'єкта?
  - Етапи побудови математичної моделі для розв'язання практичних задач.
- Що повинні вміти майбутні економісти?