Практичне заняття № 7.

Тема: Обчислення похідних функцій. Застосування диференціалу до наближених обчислень.

Мета: закріпити теоретичні знання з теми «Похідна функції. Диференціал функції», набути навички і вміння по обчисленню похідних заданих функцій, користуючись таблицею похідних і правилами диференціювання функцій; набути навички і вміння по наближеному обчисленню значень виразів за допомогою диференціала функції і формули наближених обчислень.

1. **Організаційний момент**
2. **Актуалізація опорних знань:** усне опитування

- Що таке приріст аргументу, приріст функції?
- Дайте означення границі функції в точці.
- Сформулюйте основні теореми про границі.
- Що таке похідна функції?
- У чому полягає геометричний і механічний зміст похідної функції?
- Як знайти похідну функції за означенням?
- Запишіть таблицю похідних.
- Сформулюйте основні правила диференціювання функції.
- Що називається похідною другого (третього) порядку?
- Що називається диференціалом функції?
- Як визначається диференціал функції через похідну?
- Який геометричний зміст диференціала7
- Обґрунтуйте формулу для наближеного обчислення значення функції за допомогою диференціала.

3. **Мотивація навчання**: повідомлення теми й мети заняття
4. **Розв'язування вправ.**

План практичного заняття

1. **Знаходження похідної суми, добутку і частки функцій.**
2. **Знаходження похідної складеної і оберненої функцій. Обчислення похідних функцій заданих неявно і параметрично.**
3. **Розв'язування вправ на обчислення диференціала функції.**
4. **Застосування диференціала до наближених обчислень.**
5. **Застосування похідної та диференціала до розв'язування задач з економіки.**

Термінологічний словник ключових понять

Похідна функція – це границя відношення приросту функції до приросту аргументу, коли приріст аргументу прямує до нуля.

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

Геометричний зміст похідної – похідна $f'(x)$ чисельно дорівнює кутовому коефіцієнту дотичної, проведеної до графіка функції $y=f(x)$ у точці з абсцисою *x*.

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f}{\Delta x}=\mathrm{tg}\alpha=k$$

Механічний (фізичний) зміст похідної **–** Миттєвою швидкістю тіла, що рухається вздовж лінії $s=f(t)$, називається похідна функції $s = f(t)$ за часом t:

Похідна другого порядку від функції $y=f(x)$ – похідна від похідної першого порядку $(y')'$. Позначається y'', $f''(x)$, $\frac{d^2y}{dx^2}$.

Похідна n-го порядку – *п*охідна від похідної $(n–1)$-го порядку $\left(y^{(n-1)}\right)'$. Позначається $y^{(n)}$, $f^{(n)}(x)$, $\frac{d^ny}{dx^n}$.

Диференціал функції однієї змінної – це добуток $f'(x)\Delta x$.

Застосування диференціалу до наближених обчислень – $f(x+\Delta x)\approx f(x)+f'(x)\Delta x$.

Завдання для практичного виконання:

Приклад 1. Знайти похідні суми, добутку і частки функцій:

а) $y=3x^2-\sqrt[3]{x}+\ln x$, б) $y=x^3\cdot\sqrt{x}$, в) $y=\dfrac{x^3-1}{\sqrt{x}}$, г) $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}$

Розв'язання.

а) $y=3x^2-\sqrt[3]{x}+\ln x$

Дана функція є алгебраїчною сумою функцій, тому

$$y'=\left(3x^2\right)'-\left(x^{\frac{1}{3}}\right)'+\left(\ln x\right)'.$$

$$y'=3\cdot 2x-\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}+\frac{1}{x}=6x-\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}+\frac{1}{x}.$$

б) $y=x^3\cdot\sqrt{x}$

За формулою $y'(x)=(x^n)'=nx^{n-1}$знайдемо похідну:

$$y=x^3\cdot x^{\frac{1}{2}}=x^{\frac{7}{2}}, \text{ тоді } y'(x)=(x^{\frac{7}{2}})'=\frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}-1}=\frac{7}{2}x^{\frac{5}{2}}=\frac{7}{2}\sqrt{x^5}.$$

в) $y=\dfrac{x^3-1}{\sqrt{x}}$

Для знаходження похідної скористаємося формулою $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'\cdot v-uv'}{v^2}$.

$$y'(x)=\frac{(x^3-1)'\cdot\sqrt{x}-(x^3-1)\cdot(\sqrt{x})'}{\sqrt{x^2}}=\frac{3x^2\sqrt{x}-(x^3-1)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}=\frac{5x^3+1}{2x\sqrt{x}}$$

г) $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}$

Диференціюємо функцію за формулами $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$, $\left(u^n\right)'=nu^{n-1}\cdot u'$

$$f'(x)=\frac{\left(x^2\right)'\left(x-1\right)-x^2\left(x^2-1\right)'}{\left(x^2-1\right)^2}=\frac{2x\left(x-1\right)-x^2\cdot 2x}{\left(x-1\right)^2}=\frac{2x\left(x-1-x^2\right)}{\left(x-1\right)^2}=-\frac{2x}{\left(x-1\right)^2}$$

Приклад 2. Знайти $y=\frac{1}{3}x^3+3x^2-5x+12$, $y=\frac{2}{3}x^5-\frac{1}{9}x^3$,
$y=2x(x-4)$, $y=\sqrt{x}\cdot(3x^2+2x-1)$,

Приклад 3. Знайти похідні складених функцій:

а) $y=\sqrt[3]{\left(6x^5-12x^3-x+1\right)^2}$; б) $y=\ln\sqrt[5]{\left(\frac{5x+3}{x^5+1}\right)^2}$, в) $y=\sin\left(2x+3\right)$,

г) $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$, д) $y=\frac{1}{2}tg^2\sqrt{x}+\ln\cos\sqrt{x}$

Розв'язання.

а) $y=\sqrt[3]{\left(6x^5-12x^3-x+1\right)^2}$

Диференціюємо функцію за формулою $\left(u^n\right)'=nu^{n-1}\cdot u'$

$$y'=\left(\sqrt[3]{\left(6x^5-12x^3-x+1\right)^2}\right)'=\left(\left(6x^5-12x^3-x+1\right)^{\frac{2}{3}}\right)'=$$

$$=\frac{2}{3}\left(6x^5-12x^3-x+1\right)^{\frac{2}{3}-1}\cdot\left(6x^5-12x^3-x+1\right)'=\frac{2}{3}\left(6x^5-12x^3-x+1\right)^{-\frac{1}{3}}\times$$

$$\times\left(30x^4-36x^2-1\right)=\frac{2}{3\sqrt[3]{6x^5-12x^3-x+1}}\left(30x^4-36x^2-1\right)$$

б) $y=\ln\sqrt[5]{\left(\frac{5x+3}{x^5+1}\right)^2}$

$$y'=\left(\ln\sqrt[5]{\left(\frac{5x+3}{x^5+1}\right)^2}\right)'=\left(\ln\left(\frac{5x+3}{x^5+1}\right)^{\frac{2}{5}}\right)'=\frac{2}{5}\left(\ln\left(5x+3\right)-\ln\left(x^5+1\right)\right)'=\frac{2}{5}\left(\frac{5}{5x+3}-\frac{5x^4}{x^5+1}\right)=$$

$$=\frac{2}{5x+3}-\frac{2x^4}{x^5+1}$$

в) $y=\sin\left(2x+3\right)$

$y'=\cos\left(2x+3\right)\cdot\left(2x+3\right)'=2\cos\left(2x+3\right)$.

г) $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$.

$$y'=\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)'=$$

$$=\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\left(1+\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}\right)=\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

д) $y=\frac{1}{2}tg^2\sqrt{x}+\ln\cos\sqrt{x}$

$$y'=tg\sqrt{x}\,\frac{1}{\cos^2\sqrt{x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{\cos\sqrt{x}}\left(-\sin\sqrt{x}\right)\frac{1}{2\sqrt{x}}=$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{x}}tg\sqrt{x}\left(\frac{1}{\cos^2\sqrt{x}}-1\right)=\frac{1}{2\sqrt{x}}tg^3\sqrt{x}.$$

Приклад 4 . $y=(\sin x)^{tgx}$.

Розв'язання.

Маємо: $\ln y=tgx\ln\sin x$, $\frac{y'}{y}=tgx\frac{1}{\sin x}\cos x+\frac{1}{\cos^2 x}\ln\sin x=1+\frac{1}{\cos^2 x}\ln\sin x$,

$$y'=y\left(1+\frac{1}{\cos^2 x}\ln\sin x\right)=(\sin x)^{tgx}\left(1+\frac{1}{\cos^2 x}\ln\sin x\right).$$

Приклад 5. Знайти похідну y'_x з рівняння $x^3+\ln y-x^2e^y=0$.

Розв'язання.

Продиференціювавши за x обидві частини рівняння, дістанемо $3x^2+\frac{y'}{y}-x^2e^y\cdot y'-2xe^y=0$.

Звідки $y'=\frac{\left(2xye^y-3x^2\right)y}{1-x^2ye^y}$.

Приклад 6. Обчислити похідну для функції $x=\arcsin y$.

Розв'язання.

Задана функція обернена до функції $y=\sin x$.

Згідно з теоремою 7 можна записати

$$x'_y=\frac{1}{y'_x}=\frac{1}{(\sin x)'}=\frac{1}{\cos x}=\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2 x}}=\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}.$$

Звідси $(\arcsin y)'=\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$.

Якщо в останньому виразі замість *y* записати *x*, то дістанемо

$$(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Приклад 7 . Знайти диференціал *dy* функції $y=x^2$:

1) при довільних значеннях x та Δx;

2) при $x = 20$, $\Delta x = 0{,}1$.

Розв'язання.

1) $dy = \left(x^2\right)' \Delta x = 2x\Delta x$;

2) якщо $x = 20$, $\Delta x = 0{,}1$, то $dy = 2 \cdot 20 \cdot 0{,}1 = 4$.

Приклад 8. Знайти диференціал dy функції $y = x^2 tg(3x+1)$.

Розв'язання.

Оскільки $y' = 2xtg(3x+1) + \dfrac{3x^2}{\cos^2(3x+1)}$, то за формулою $dy = f'(x)dx$ дістанемо

$$dy = \left(2xtg(3x+1) + \frac{3x^2}{\cos^2(3x+1)}\right)dx.$$

Приклад 9. Знайти диференціали першого порядку таких функцій:

$$y = \left(1-\sqrt{x}\right)^5, \quad y = \left(2 - x^3\right)^4, \quad y = \ln\sin\sqrt{x^3 - 4}, \quad y = \arcsin x^2,$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}, \quad y = \left(\frac{x}{x+1}\right)^2$$

Приклад 10. Знайти диференціали другого порядку для функцій

$$y = \left(x^2 + 3x + 10\right)^4, \quad y = \ln\cos x$$

Приклад 11. Обчислити наближено $\sqrt{27}$.

Розв'язання.

Перетворимо вираз, що стоїть під знаком радикала:

$27 = 25 + 2 = 25\left(1 + \dfrac{2}{25}\right)$, звідки $\sqrt{27} = \sqrt{25\left(1+\dfrac{2}{25}\right)} = 5\sqrt{1+\dfrac{2}{25}}$.

При обчисленні $\sqrt{1+\dfrac{2}{25}}$ введемо функцію $f(x) = \sqrt{x}$, тоді $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

Формула $f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$ у нашому випадку запишеться так:

$$\sqrt{x+\Delta x} \approx \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\Delta x, \text{ де } x = 1, \Delta x = \frac{2}{25}.$$

Інакше $\sqrt{1+\dfrac{2}{25}} \approx \sqrt{1} + \dfrac{1}{2\sqrt{1}}\dfrac{2}{25} = 1 + \dfrac{1}{25} = 1{,}04$.

Дістанемо $\sqrt{27} \approx 5 \cdot 1{,}04 = 5{,}2$.

Приклад 12. Обчислити наближено значення $\arcsin 0{,}51$.

Розв'язання.

Розглянемо функцію $y = \arcsin x$. Візьмемо x=0,5, Δx=0,01 та, застосовуючи формулу $\arcsin\,(x+\Delta x) \approx \arcsin x + (\arcsin x)'\Delta x$, одержимо

$$\arcsin 0{,}51 \approx \arcsin 0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{1-(0{,}5)^2}} \cdot 0{,}01 = \frac{\pi}{6} + 0{,}011 = 0{,}513.$$

Приклад 13. Обчислити наближено за допомогою диференціала:

$$arctg\ 1{,}07,\ \sqrt[10]{1030},$$

Розв'язання.

1) $arctg\ 1{,}07$

Нехай $f(x) = arctg\ x$, тоді за формулою наближених обчислень маємо:

$$arctg\,(x_0 + \Delta x) \approx arctg\, x_0 + (arctg\, x)'\Delta x,$$

$$arctg\,(x_0 + \Delta x) \approx arctg\, x_0 + \frac{\Delta x}{1+x^2}.$$

Якщо x=1, $\Delta x = 0{,}07$, то $arctg\,1{,}07 \approx arctg\,1 + \frac{0{,}07}{2} = \frac{\pi}{4} + 0{,}035 \approx 0{,}821$.

2) $\sqrt[10]{1030}$.

Виберемо функцію таку, щоб даний числовий вираз був значенням цієї функції для деякого значення аргументу. Очевидно, що в цьому прикладі такою функцією є $y = \sqrt[10]{x}$. Тоді $\sqrt[10]{1030} = f(1030)$.

Знайдемо таке значення аргументу x_0, яке було б близьке до даного і для якого значення функції легко обчислюється. В даному прикладі візьмемо x_0=1024, оскільки

$$f(1024) = \sqrt[10]{1024} = 2.$$

Тоді $x_0+\Delta x$=1030 і Δx=6. За формулою наближених обчислень маємо:

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + dy$$

$$f(1030) \approx f(1024) + dy,\ \text{де}\ \ dy = f'(x)\Delta x = \frac{1}{10\sqrt[10]{x^9}}\Delta x$$

Отже, $\sqrt[10]{1030} \approx \sqrt[10]{1024} + \frac{1}{10\sqrt[10]{1024^9}} \cdot 6 \approx 2 + \frac{6}{10 \cdot 2^9} \approx 2 + 0{,}0012 = 2{,}0012$.

**Додатково*

Приклад 14. Функцію y від x задано параметричними рівняннями:

$$\left.\begin{aligned} x &= a\cos t \\ y &= a\sin t \end{aligned}\right\} (0 \le t \le \pi).$$

Знайти похідну $\frac{dy}{dx}$: а) при будь-якому t; б) при $t = \frac{\pi}{4}$.

Розв'язання.

а) $y'_x=\dfrac{(a\sin t)'}{(a\cos t)'}=\dfrac{a\cos t}{-a\sin t}=-ctgt$; б) $(y'_x)\big|_{t=\frac{\pi}{4}}=-ctg\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$.

Приклад 15. Знайти похідні заданих функцій:

1) $y=\left(3x^4-\dfrac{4}{\sqrt[4]{x}}-3\right)^5$

Використовуючи правила знаходження похідної складеної функції та похідної суми функцій, а також таблицю похідних знаходимо:

$$y'=\left(\left(3x^4-\frac{4}{\sqrt[4]{x}}-3\right)^5\right)'=5\cdot\left(3x^4-\frac{4}{\sqrt[4]{x}}-3\right)^4\cdot\left(3x^4-\frac{4}{\sqrt[4]{x}}-3\right)'=$$

$$=5\cdot\left(3x^4-\frac{4}{\sqrt[4]{x}}-3\right)^4\cdot\left(12x^3-4\cdot\left(-\frac{1}{4}x^{-\frac{1}{4}-1}\right)+0\right)=5\cdot\left(3x^4-\frac{4}{\sqrt[4]{x}}-3\right)^4\cdot\left(12x^3+x^{-\frac{5}{4}}\right)=$$

$$=5\cdot\left(3x^4-\frac{4}{\sqrt[4]{x}}-3\right)^4\cdot\left(12x^3+\frac{1}{x\sqrt[4]{x}}\right)$$

2) $y=\ln\sqrt{\left(\dfrac{x^6-3}{6x+2}\right)^3}$

Використовуючи правила знаходження похідної складеної функції та похідної частки функцій, а також таблицю похідних знаходимо:

$$y'=\left(\ln\sqrt{\left(\frac{x^6-3}{6x+2}\right)^3}\right)'=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{x^6-3}{6x+2}\right)^3}}\cdot\left(\left(\frac{x^6-3}{6x+2}\right)^3\right)'=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{x^6-3}{6x+2}\right)^3}}\cdot3\cdot\left(\frac{x^6-3}{6x+2}\right)^2\cdot\left(\frac{x^6-3}{6x+2}\right)'=$$

$$=3\cdot\sqrt{\left(\frac{x^6-3}{6x+2}\right)}\cdot\frac{(x^6-3)'\cdot(6x+2)-(x^6-3)\cdot(6x+2)'}{(6x+2)^2}=3\cdot\sqrt{\left(\frac{x^6-3}{6x+2}\right)}\cdot\frac{6x^5\cdot(6x+2)-(x^6-3)\cdot6'}{(6x+2)^2}=$$

$$=18\cdot\sqrt{\left(\frac{x^6-3}{6x+2}\right)}\cdot\frac{6x^6+2x^5-x^6+3'}{(6x+2)^2}=18\cdot\sqrt{\left(\frac{x^6-3}{6x+2}\right)}\cdot\frac{5x^6+2x^5+3'}{(6x+2)^2}$$

3) $y=arctg\,\dfrac{1}{x-1}$.

Використовуючи правила знаходження похідної складеної функції та похідної частки функцій, а також таблицю похідних дістанемо:

$$y' = \left(arctg\frac{1}{x-1}\right)' = \frac{1}{1+\left(\frac{1}{x-1}\right)^2}\cdot\left(\frac{1}{x-1}\right)' = \frac{1}{1+\left(\frac{1}{x-1}\right)^2}\cdot\frac{(1)^1\cdot(x-1)-1\cdot(x-1)'}{(x-1)^2} =$$

$$= \frac{(x-1)^2}{(x-1)^2+1}\cdot\frac{-1}{(x-1)^2} = -\frac{1}{(x-1)^2+1}$$

4) $y = xtg3x + 2^{x-2}$

Використовуючи правила диференціювання функції та таблицю похідних дістанемо:

$$y' = \left(xtg3x + 2^{x-2}\right)' = (x)'\cdot tg3x + x\cdot(tg3x)' + 2^{x-2}\cdot\ln 2\cdot(x-2)' = tg3x + \frac{3x}{\cos^2 3x} + 2^{x-2}\cdot\ln 2$$

Приклад 16. Обчислити наближено за допомогою диференціала:

$(4{,}012)^2$, $\sqrt{24{,}84}$, $\frac{1}{9{,}93}$, $\sin 32^\circ$, $\cos 63^\circ 12'$

Застосування похідної та диференціала до розв'язування задач з економіки.

Диференціальне числення дає змогу розв'язувати великий спектр задач економічного змісту, досліджувати економічні процеси, явища.

Розглянемо декілька задач на похідну з економічним змістом.

а) Задача про продуктивність праці.

Нехай функція $u=u(t)$ виражає кількість виробленої продукції u за час t. Необхідно знайти продуктивність праці в момент t_0. Очевидно, за період часу від t_0 до $t_0+\Delta t$ кількість виробленої продукції зміниться від значення $u_0=u(t_0)$ до значення $u_0+\Delta u=u(t_0+\Delta t)$; тоді середня продуктивність праці в момент t_0 можна визначити як границю середньої продуктивності праці за час від t_0 до $t_0+\Delta t$ при $\Delta t\to 0$, тобто

$$W = \lim_{\Delta t\to 0} W_{сер} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta u}{\Delta t} = u'(t)$$

Отже, похідна обсягу виробленої продукції щодо часу $u'(t_0)$ – це продуктивність праці в момент часу t_0.

Приклад 17. Обсяг продукції u (ум. од.) цеху протягом робочого дня є функцією $u= -t^3-5t^2+75t+425$, де t – час (год.). Знайти продуктивність праці через 2 год. від початку роботи.

Розв'язання.

Продуктивність праці визначається похідною $u'(t)$. Тоді

$$u'(t)=(-t^3-5t^2+75t+425)'= -3t^2-10t+75.$$

Знаходимо: продуктивність праці у момент часу $t=2$, тоді

$$u'(t)=-3\cdot 2^2-10\cdot 2+75=-36-20+75=19(\text{од.})$$

Відповідь. Продуктивність праці через 2 год. від початку роботи становить 19 одиниць.

б) Граничний ефект виробництва.

Граничні витрати. Витрати виробництва K будемо розглядати як функцію випущеної продукції x. Нехай Δx – приріст продукції, тоді ΔK –

приріст витрат виробництва і $\frac{\Delta K}{\Delta x}$ - середній приріст витрат виробництва на одиницю продукції.

Похідна $K'=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta K}{\Delta x}$ виражає граничні витрати виробництва і наближено характеризує додаткові затрати на виробництво одиниці додаткової продукції.

Граничні витрати залежать від рівня виробництва (кількості продукції, що випускається) x і визначаються не постійними виробничими затратами, а тільки змінними (на сировину, паливо і т.п.).

Граничний виторг. Нехай $U(x)$ – виторг від продажу x одиниць товару. Тоді границя $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta U(x)}{\Delta x}=U'(x)$ називається граничним виторгом. Аналогічно визначаються граничний прибуток, граничний продукт, гранична корисність, гранична ціна.

Якщо функція $y=f(x)$ моделює деякий економічний процес, то похідна $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}=f'(x)$ виступає як швидкість зміни цього процесу з часом або стосовно іншого досліджуваного фактора, тобто характеризує його граничний ефект.

Приклад. На основі статистичних досліджень фірма встановила функцію прибутку від ціни p за одиницю продукції: $f(p)=-50p^2+500p$. Визначити граничний прибуток фірми залежно від ціни p, розрахувати його при $p=2$; $p=5$; $p=10$ (тис. грн.).

Розв'язання.

Граничний прибуток визначається похідною $f'(p)$. Тоді

$f'(p)=(-50p^2+500p)'=-100p+500$,

обчислюємо

$f'(2)=-100\cdot 2+500=300$ (тис. грн.),

$f'(5)=-100\cdot 5+500=0$,

$f'(10)=-100\cdot 10+500=-500$ (тис. грн.).

Висновок. 1) При збільшенні ціни одиниці продукції до 5 тис.грн. прибуток зростатиме і буде найбільшим при $p=5$ тис.грн.; $f(5)=1250$ тис. грн.

2) Якщо ціна одиниці продукції, починаючи з 5 тис.грн., збільшуватиметься, то прибуток фірми зменшуватиметься. Так, при $p=8$ тис. грн. прибуток фірми дорівнюватиме $f(8)=-50\cdot 8^2+500\cdot 8=800$ (тис.грн.). У цьому випадку фірма зазнає порівняно з оптимальним варіантом збитків на $1250-800=450$ (тис. грн.)

5. Підведення підсумків заняття.

6. Домашнє завдання:

Бубняк Т.І. Вища математика: Навч.посібник. – Львів.,2004. – стор. 85-93, 109 Завдання 1(5-7). Індивідуальні завдання.